Решение задач с целыми числами (программа элективного курса по математике)

Автор: Мухаметзянова Гюзель Равильевна,учитель математики МАОУ» СОШ№12 сУИОП»,г.Стерлитамак,Республика Башкортостан

 Описание материала: Предлагаемый элективный курс полезен для подготовки учащихся к школьным и городским олимпиадам.

Предпрофильный элективный курс для учащихся 8–9 классов предназначен для визуализации изучаемых в курсе алгебры задач с целыми числами и является пропедевтическим по отношению к профильными курсам математической ориентации. Он содержит познавательный, воспитательный и обучающий материал, дополняет и углубляет базовый курс алгебры, не нарушая его целостности.

Цель элективного курса – формирование у школьников положительной мотивации и интереса к математике.

Основные задачи курса:

I. - систематизировать знания о целых числах;

* формировать качества мышления, необходимые для математической деятельности и необходимые для повседневной жизни;
* научить решать логические задачи различными способами;

II. - развить упорство в достижении цели, волю, твердость характера;

III. - развить у учащихся интерес к решению различных задач;

- развить способность учащихся к математической деятельности;

*Раздел 1*. Занимательные задачи с целыми числами (4 часа).

Целые числа. Свойства целых чисел. Исторические сведения.

 *Раздел 2* . Четность и нечетность чисел (2 часа). Четные и нечетные числа; числа одинаковой четности и разной четности. Свойства четных и нечетных чисел.

*Раздел 3*. Делимость чисел (4 часа). Определение, делимое, делитель, кратное. Признаки делимости. Теорема Ферма.

 *Раздел 4.* Решение логических задач (2 часа).

Тематическое планирование

Раздел 1. Занимательные задачи с целыми числами.

1. Восстановление знаков действий-1час

 Определение целого числа. Свойства сложения, вычитания, умножения и деления целых чисел. Задачи на запись натуральных чисел с помощью определенных цифр, знаков арифметических действий, а так же скобок.

1. Восстановление цифр натуральных чисел -1 час

 Задачи, где часть цифр чисел известна, а большая часть – нет, нужно найти все цифры , обозначенные звездочками, если ответов несколько, то требуется найти все.

1. Числовые ресурсы и мозаика -1 час

 Задачи на восстановление записи при выполнении действий над натуральными числами, цифры обозначаются буквами, при этом добавляется важное условие: в одной и той же задаче одинаковые буквы означают одинаковые цифры.

1. Игра «Повтори пройденное, с помощью одного числа» -1 час
2. Раздел 2. Четность и нечетность чисел.
3. Четные и нечетные числа-1час

Понятия четных и нечетных чисел. Проверка на четность. Числа одинаковой и разной четности. Свойства четных и нечетных чисел.

 Раздел 3. Делимость чисел.

1. Признаки делимости. Лекция -1 час.

Число а делится на число b. Число а кратно числу b. Признаки делимости натуральных чисел на 2, 3,4,5,6,8,9,10,11,25.

1. Решение задач с использованием признаков делимости -1 час.
2. Теорема Ферма -1 час.

Определение и доказательство теоремы Ферма. Следствие из теоремы.

1. Задачи на делимость, связанные с теоремой Ферма -1 час.

Раздел 4. Решение логических задач.

1. Некоторые методы решения логических задач с целыми числами -1 час.

 Методы рассуждений, таблиц, граф, кругов Эйлера, комбинированный

 2. Мини – олимпиада -1 час.

### **Приложение**

*1. Задачи, предлагаемые для рассмотрения в 1 разделе*

1) В примере 9\*7\*3\*5\*2=10 поставьте вместо каждой из звездочек знаки «+» и «-», чтобы равенство было верным.

2) В записи 1\*2\*3\*4\*5=100 замените каждую из звездочек знаками арифметических действий и расставьте скобки так, что бы получилось верное равенство.

3) В поврежденной рукописи в числовом примере удалось разобрать только одну цифру и два знака действий, остальные, неразличимые цифры обозначены «\*»:

 \*\*

 \*8

 \*\*

 \*\*\*

 \*\*\*\*

Восстановите пример.

4) Восстановите запись:

 \*\*\*\*5 \*\*

 \*7 \*\*\*

 \*\*\*

 \*\*\*

 0

5) Восстановите деление с остатком, где все девять цифр различны.

 \*\*\* \*\*

 \*\* \*

 \*

6)Восстановите запись

АВ. АВ=АСС

7) Имеет ли решение

а) АВС= АВ.ВС; б)АВСК=АВ. СК

8) Решите ребус

а) ЯПО =НИЯ; б) ИН =ДИЯ

9) Числа ТРИ, СТИХИ, СПОРТ, где одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы - разные цифры, являются соответственно квадратом, кубом и четвертой степенью некоторых натуральных чисел. Что это за числа?

10) Докажите неравенство

ДВА.ШЕСТЬ < ДВАДЦАТЬ

 Ответы

1. 9+7-3-5+2=10
2. 1.(2+3).5.4=100
3. 12.98=1176
4. 10185:97=105
5. 103:48=2(ост 7)
6. 12.12=144
7. а)210,310,410,510,610,710,810,910; б) не имеет
8. а)192=361; б)27=128
9. 168,2197,28561

 2*.Задачи, предлагаемые во втором разделе.*

1) Четна или нечетна сумма всех натуральных чисел от 1 до 17?

2) Найдите все целые значения а, при которых число х3 + ах2 + 5х + 9 нечетно для всех целых значений х.

3) Докажите, что в любой компании число тех людей, которые знакомы с нечетным числом членов компании, четно.

4) Какое наибольшее количество чисел можно записать в строку так, чтобы сумма любых трех соседних чисел была четной, а сумма любых четырех соседних чисел нечетной.

5) Сумма номеров домов одного квартала равна 99, а соседнего квартала той же улицы-117. Найдите номера всех домов этих кварталов.

 Решение и ответы.

1.Из 17 натуральных чисел 8 четных и 9 нечетных. Сумма всех этих четных чисел - четна, сумма нечетных – нечетна. Тогда сумма всех 17 чисел нечетна.

1. Все четные а. Сумма х3+5х+9 при всех целых х нечетна. В таком случае произведение ах2 должно быть четным при всех целых х.
2. Число людей, которые имеют в компании нечетное число знакомых k, а число знакомых этих людей а1, …аk. Число людей, знакомых с четным числом членов компании n, а число знакомых этих людей b1,…bn. Тогда общее число знакомств равно

 а1+…+аk+b1+…+bn

 2

 Чтобы эта дробь была равна целому числу, сумма должна быть четной. Но все слагаемые суммы нечетные, поэтому число k слагаемых суммы может быть только четным.

1. 5.
2. 31,33,35,37,39,41.

 *3. Задачи, предлагаемые в третьем разделе.*

1) Докажите, что при любом целом а разность а2 – а делится на 2.

2) Докажите, что при любом целом а разность а3 – а делится на 3.

3) Докажите, что квадрат целого числа при делении на 3 может давать в остатке только 0 или 1.

4) Докажите, что в прямоугольном прямоугольнике с целочисленными сторонами длина по меньшей мере одного из катетов, делится на 3.

 Решение и ответы.

1. а2-а = а (а-1).

 Из двух последовательных чисел одно является четным.

1. а3-а = (а-1) а (а+1).

 Из трех последовательных целых чисел одно делится на 3, тогда произведение делится на 3.

1. а (а2-1)/3.

Если а2-1 делится на 3, то а2-1 = 3k, а2 = 3k+1.

1. х и у- длины катетов, z-гипотенуза

 z2 = x2+y2 = (3k+1)+(3l+1) = 3(k+l)+2, где k и l- целые и неотрицательные числа. Но квадрат натурального числа z при делении на 3 не может давать в остатке 2.

 4. *Предлагаемые логические задачи:*

* 1. Имеются кубики из картона и из дерева, большие и маленькие , зеленые и красные. Известно, что:
1. Зеленых кубиков 16;
2. Зеленых больших 6;
3. Больших зеленых из картона 4;
4. красных из картона 8;
5. красных из дерева 9;
6. Больших деревянных 7;
7. Маленьких деревянных 11.

Сколько всего кубиков?

2) Бригада строителей состояла из каменщиков, штукатуров, печников и разнорабочих (без специальностей). Все печники являлись каменщиками. Среди тех каменщиков, которые являлись еще и печниками, нет ни одного, который не был бы еще штукатуром. Все те каменщики, которые были еще штукатурами, оказались к тому же еще печниками. Кроме того, известно следующее:

1. Рабочих, владеющих только одной специальность, столько же, сколько разнорабочих.
2. Сумма удвоенного числа тех рабочих, которые были только штукатурами, и утроенного числа тех рабочих, которые были только каменщиками, равна 15.
3. Число рабочих, владевших только специальностью каменщика было в пять раз меньше, чем сумма числа 9 и утроенного числа рабочих, которые владели всеми специальностями.

Сколько рабочих в бригаде?

 Решение и ответы.

1. 16+8+9 = 33.
2. х- только каменщики, у- владеющие тремя специальностями, z- только штукатуры, t- разнорабочие.

Решая систему уравнений

x+z = t,

2z+3x = 15,

5x = 9+3y.

получим х = 3, у = 2, z = 3, t = 6.

# Используемая литература

1. Баблиская М.П. «Задачи математических олимпиад». М. Наука, 1975.
2. Глейзер Т.Д. «История математике в средне школе». М, 1970.
3. Соминский И.С. «Метод математической индукции». М. Наука 1974.
4. Математика «Приложение к 1 сентября» 26, июль, 1999.
5. Математика «Приложение к 1 сентября» сентябрь, 1999.
6. Е. Галкин «Задачи с целыми числами»
7. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. «Удивительный мир чисел». М., Просвещение, 1986.
8. Нагибин Р.Ф., Канин Е.С. «Математическая шкатулка», М., Просвещение, 1984.